10

Grundbegriffe der mechanischen Eigenschaften

Prinzipiell interessieren wir uns für Festigkeiten und Verformungswiderstände, wenn wir von mechanischen Eigenschaften sprechen. Dennoch gibt es sehr viel mehr Größen, die unter dem Oberbegriff „Mechanische Eigenschaften“ zusammengefaßt werden, auf die im nun Folgenden das Augenmerk gelenkt wird.

10.1 Elastizität

Zunächst einmal stellt ein Festkörper einer von außen erzwungenen Verformung einen Widerstand entgegen, sei es im Zug-, Druck- oder Biegeversuch. Die Reaktion eines Festkörpers auf eine äußere Kraft ist jedoch unterschiedlich. Aus Erfahrung weiß man, daß die Formänderung bei kleinen Kräften der äußeren Kraft proportional ist. Dieser Zusammenhang wird als elastische Formänderung bezeichnet. Elastizität ist dadurch gekennzeichnet, daß die von äußeren Kräften geleistete Arbeit reversibel als Formänderungsenergie gespeichert wird. Idealerweise (bei unverzögerter Wechselwirkung) liegt ein linear elastisches Werkstoffverhalten vor. Den Zusammenhang zwischen Spannung σ und Verformung (Dehnung) ε beschreibt das Hooke'sche Gesetz:

$$\begin{aligned} \sigma &= \varepsilon E \qquad (10.1) \\ (\tau &= \gamma G) \end{aligned}$$

σ - (Normal-)Spannung; ε - Dehnung; E - Elastizitätsmodul; (τ - Schubspannung; γ - Schiebung; G - Gleit- oder Schubmodul).

10.1.1 Die elastischen Moduli

Elastizitätsmodul

Wird die Stirnfläche A eines zylindrischen Probenkörpers der Länge l durch eine Kraft F belastet, so steht diese Fläche unter der Normalspannung

$$-\sigma = \frac{F}{A} \qquad (10.2)$$

Dies bewirkt eine Verkürzung $\frac{\Delta l}{l} = -\varepsilon$ des Körpers.

$$E\varepsilon = \sigma \qquad (10.3)$$

wobei der Elastizitätsmodul ein Maß für den Widerstand des Materials gegen elastische Verformung oder für seine Steife ist.

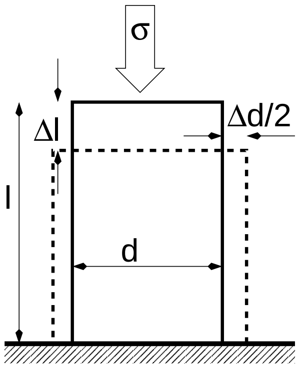


Abbildung 10.1: Geometrische Veranschaulichung der Formänderung eines zylindrischen Körpers unter Normalspannung.

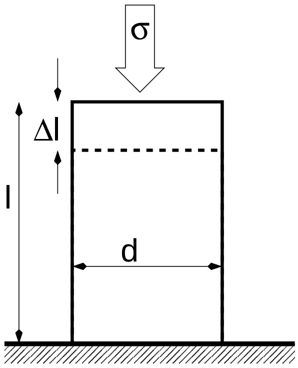
Gleichzeitig mit der axialen Verkürzung vergrößert sich der Probendurchmesser d um Δd. Das Verhältnis von elastischer Längs- zu Querdehnung einer längsgestreckten Probe wird als Poisson'sche Konstante oder Querdehnungsverhältnis bezeichnet. Das Querdehnungsverhältnis lautet:

$$\nu = -\frac{\frac{\Delta d}{d}}{\frac{\Delta l}{l}} \tag{10.4}$$

und ist ebenfalls eine Materialkonstante. Typische Werte sind in folgender Tabelle angeführt:

Material	Querdehnungsverhältnis ν
Gestein	$0,2 \ldots 0,4$
Metalle	$0,25 \ldots 0,35$
Diamant	$0,2$ (kleinster experimenteller Wert)
theoretische Grenzen	$0 \ldots 0,5$

Modul M



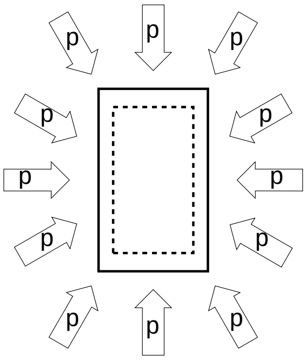
Wird die Probe von einem starren Mantel umgeben, sodaß bei axialer Belastung keine Querdehnung auftreten kann, so gilt:

$$\sigma = \varepsilon M \tag{10.5}$$

wobei der Modul M für diesen Fall immer größer ist, als der Elastizitätsmodul bei vergleichbaren Bedingungen wäre.

Abbildung 10.2: Geometrische Veranschaulichung der Formänderung eines zylindrischen Körpers unter Normalspannung und ohne Querdehnung.

Kompressionsmodul



Wenn der Probenkörper unter allseitigem Druck steht, so verringert sich sein Volumen V ohne Gestaltsänderung. K wird als Kompressionsmodul bezeichnet.

$$\frac{\Delta V}{V} K = -p \tag{10.6}$$

Abbildung 10.3: Geometrische Veranschaulichung der Formänderung eines zylindrischen Körpers unter allseitigem Druck.

Schubmodul

Schließlich kann auch an der Stirnfläche des Probenzylinders eine Kraft F_t tangential angreifen, wobei $\frac{F_\mathrm{t}}{A} = \tau$ als Schubspannung bezeichnet wird. In diesem Fall ändert der Körper bei konstantem Volumen durch Scherung seine Gestalt. Zwischen Scherungswinkel $\gamma \simeq \tan\gamma = \frac{\Delta x}{x}$ und der Schubspannung τ besteht wiederum eine lineare Beziehung der Form (mit G - Schubmodul)

$$\tau = \gamma G \tag{10.7}$$

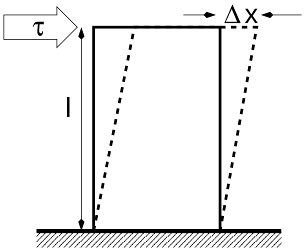


Abbildung 10.4: Geometrische Veranschaulichung der Formänderung eines zylindrischen Körpers unter Schubspannung.

Von den fünf genannten elastischen Parametern K, M, G, E und ν sind in einem isotropen elastischen Medium nur zwei voneinander unabhängig, daher kommt es zu folgenden Interdependenzen:

$$\begin{aligned} K &= E\frac{1}{3(1-2\nu)} \\ M &= E\frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} = K + \frac{4}{3}G \\ G &= E\frac{1}{2(1+\nu)} \end{aligned}$$

E ist immer größer als G bei vergleichbaren Kräften, mehr noch, aus $0 < \nu < 0,5$ folgt nämlich

$$\frac{E}{3} < G < \frac{E}{2}$$

Material	E [GPa $= \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{mm}^2}$]	K [GPa]	G [GPa]	M [GPa]	ν
Al	67	75	25	108	0,34
Cu	125	139	46	200	0,35
Fe	173	315	84	185	0,28
Baustahl	alle Werte gleich wie bei Fe, aber R_{M} von				180 ... 250MPa
Federstahl					360 ... 610MPa
Quarzglas	76	38	33	128	
Messing	70 ... 110	50 ... 190	25 ... 40	80 ... 240	$0,3 \ldots 0,4$
Kalk	65	50	25	83	0,3
Granit	80	50	30	90	0,26

Tabelle 10.1: Übersicht über die Werte der elastischen Parameter ausgewählter Materialien

Doch Vorsicht, diese Werte sind für isotrope Idealfälle, in der Regel sind die Werte richtungsabhängig. Für nicht einachsige Fälle hat der c-Tensor $6 \times 6 = 36$ Komponenten.

$$\varepsilon_{\mathrm{ij}} c_{\mathrm{ijmn}} = \sigma_{\mathrm{mn}}$$
$$\varepsilon_{\mathrm{ij}} = s_{\mathrm{ijmn}} \sigma_{\mathrm{mn}}$$

Hieraus folgt $c = s^{-1}$. Berücksichtigt man, daß der Tensor symmetrisch sein muß, um reale Werte zu erhalten und berücksichtigt man die Diagonale, so macht dies $36 - 30/2 = 21$ unabhängige Werte im allgemeinen Fall. Diese Zahl kann durch die Kristallsymmetrie weiter reduziert werden (Für einen Würfel z. B. spielt es keine Rolle, auf welcher der Seiten gedrückt wird). In einem kubischen System existieren gerade einmal drei unabhängige c_{ij}-Werte. Wie sich die c_{ijmn}-Matrizen durch höhere Symmetrie vereinfachen ist im Folgenden skizziert.

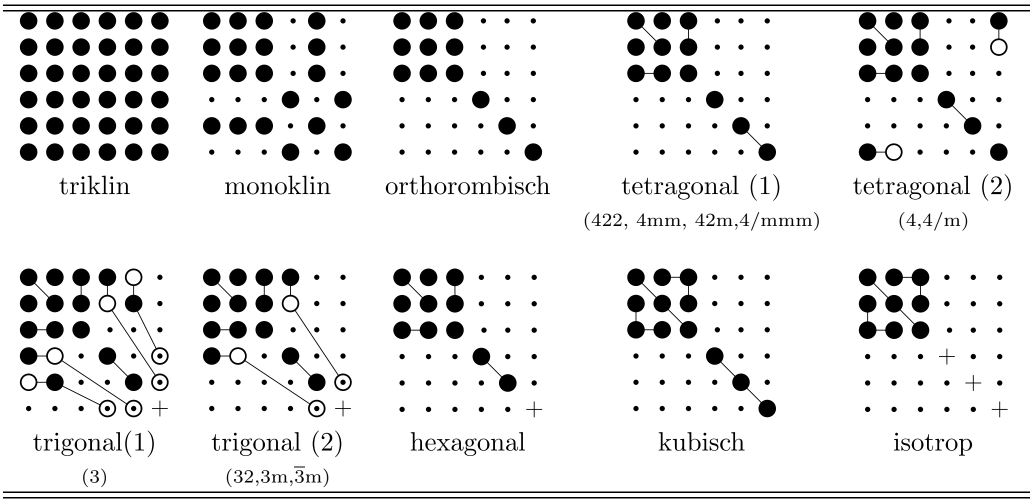


Tabelle 10.2: s_{ij}-Matrizen der verschiedenen Kristallklassen.
$\bullet$: $s_{\mathrm{ij}} = 0$; $\bigcirc$: $s_{\mathrm{ij}} \neq 0$; $\bigcirc$—$\bigcirc$: gleiche Werte; $\bigcirc$—$\bullet$: $\bigcirc = -\bullet$; $\bigcirc$—$\odot$: $\odot = 2\bigcirc$; + : $+ = 2(s_{11} - s_{22})$.

In einem kubischen System gilt:

	c_{11}	c_{22}	c_{44}
Fe	231,4	134,7	116,4
Ag	122,2	90,7	45,4
Al	107,3	60,9	28,3
Cu	166,1	199,0	75,6
Ni	248,1	154,9	124,2

und der E-Modul ist richtungsabhängig:

	$E_{[111]}$	$E_{[110]}$
Al	75,6	63,3
Cu	191,7	66,9
Fe	283,3	132,2

10.2 Viskoelastizität

Viskoelastisch bedeutet, daß die elastische Verformung verzögert auftritt. Die Verformung verschwindet auch nicht gleich mit der Belastungswegnahme, sondern erst nach einer gewissen Zeit.

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = E \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \tag{10.8}$$

Dies ist der Zusammenhang zwischen zeitlicher Änderung von Spannung und Dehnung. Die Dämpfung ist:

$$\sigma = \eta \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$$

η - Viskosität. Für die Änderung der Spannung bei konstanter Dehnung gilt:

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left[-\frac{t}{t_{\mathrm{rel}}}\right] \tag{10.9}$$

Und für die Änderung der Dehnung bei konstanter Spannung:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \exp\left[-\frac{t}{t_{\mathrm{ret}}}\right] \tag{10.10}$$

t_{rel} und t_{ret} werden als Relaxationszeit beziehungsweise Retardationszeit bezeichnet.

10.3 Plastizität

Nach dem Überschreiten einer Belastungsgrenze kommt es zu einer bleibenden Verformung. Die Plastizität ist damit eine wichtige Größe bei der Verformung. Ihr wichtigster Mechanismus ist das von der Schubspannung hervorgerufene Abgleiten von Atomschichten auf kristallographischen Ebenen längs ausgezeichneter Richtungen (d. h. Gleitebene und -richtung). Das Abgleiten wird durch linienhafte Defekte erleichtert (→ Versetzungen). Aus diesen Gründen ist die Behandlung der Mikrostruktur von besonderer Bedeutung.

Was wird beobachtet?

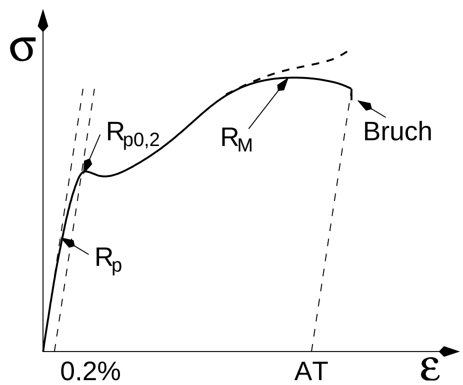


Abbildung 10.5: Typische Spannungs-Dehnungs-Verformungskurve unter Angabe charakteristischer Größen (s. Text).

① Linear elastischer Bereich bis R_P erreicht ist. Der Elastizitätsmodul spiegelt sich in der Steigung wieder.

R_{P} Streckgrenze, ab hier wird das Material nicht mehr ausschließlich elastisch verformt.

$R_{\mathrm{P}0,2}$ technische Streckgrenze, wird definiert, da man (i) R_P experimentell nicht exakt bestimmen kann und (ii) man mit einer Dehnung von 0,2% in der Regel 'leben kann'.

R_M maximale Festigkeit (oft auch σ_{UTS} UTS=(engl.) Ultimate Tensile Strength).
AT Bruchdehnung (interessant ist nur der plastisch verformte Bereich, daher wird die elastische Gerade am Bruch abgetragen).

Sowohl die Streckgrenze, als auch die maximale Festigkeit können zum Beispiel durch die Mikrostruktur beeinflußt werden, wohingegen der E-Modul eine Materialkonstante ist. Für die Berechnung von Werkstoffbeanspruchungen ist die Kenntnis der mechanischen Spannungen in den Werkstücken erforderlich. Diese lassen sich jedoch nicht direkt messen, sondern nur auf Umwegen über andere Größen, wie zum Beispiel der Dehnung.
Wie gesagt, ab der Streckgrenze beginnt das Material sich plastisch zu verformen, also zu fließen. Man spricht auch von der Fließspannung. Wird mit noch höheren Kräften der Körper belastet, so nimmt die Dehnung weiter zu, bis die Querkontraktion des Körpers nicht mehr gleichmäßig verläuft. Der Körper beginnt sich an einer Stelle einzuschnüren und reißt mit weiter zunehmender Belastung.
Die Wegnahme einer Belastung erfolgt immer entlang der elastischen Geraden, unabhängig davon, wie der Körper bis dato verformt wurde (insbesondere wenn er bereits plastisch verformt wurde). So kommt es, daß nach plastische Verformung und Lastwegnahme eine Dehnung im Material verbleibt, was anschaulich klar ist.

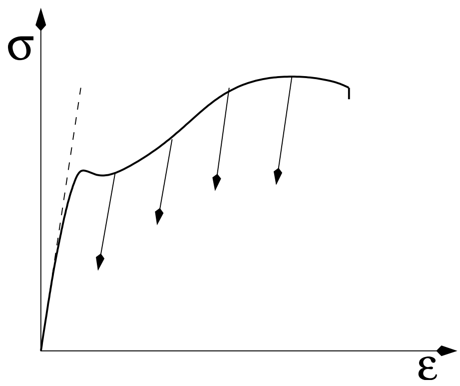


Abbildung 10.6: Spannungs-Dehnungs-Verformungskurve und Andeutungen des Kurvenverlaufes bei Lastwegnahme (Pfeile).

Will man nun die maximale Festigkeit eines Materials steigern, muß man zum Beispiel die Streckgrenze 'nach oben' verschieben. Hierzu wird die Mikrostruktur beobachtet, da mit der äußeren Gestaltsänderung auch eine Änderung der Position der Atome im Kristallverbund einhergeht. Das Problem, ein Material zu verformen, besteht also darin, die Atome im Kristallverbund zu bewegen. Die Kunst der Festigkeitssteigerung liegt ihrerseits darin begründet, genau diese Bewegungen (und damit plastische Verformung) zu verhindern.