

11.2.9 Linienenergie von Versetzungen

Aus dem Spannungsfeld einer Versetzung kann die elastische Energie (E^\odot im Fall der Schraubenversetzung) berechnet werden. Um eine Versetzung zu erzeugen, muß der Hohlzylinder um die Länge eines Burgers Vektors \vec{b} abgesichert werden.

Für eine Schraubenversetzung ist die Flächenänderung $dA = dr \cdot dz$ und da $z = 0 \dots b$ ist, folgt $dA = dr \cdot db$. In der Spannungsmatrix gibt es nur die $\tau_{\theta z}$ Komponente, da θ konstant ist, muß über z integriert werden.

$$\begin{aligned} E_{el}^\odot &= \frac{1}{2} \int_{r_0}^R \left(\int_0^b \tau_{\theta z} \cdot dz \right) dr = \int_{r_0}^R \left(\frac{Gb}{4\pi r} z \right) \Big|_0^b dr = \int_{r_0}^R \frac{Gb^2}{4\pi r} dr \\ &= \frac{Gb^2}{4\pi} \ln r \Big|_{r_0}^R = \frac{Gb^2}{4\pi} \ln \frac{R}{r_0} \simeq \frac{Gb^2}{4\pi} \ln \frac{R}{b} \end{aligned} \quad (11.19)$$

Für eine Stufenversetzung gilt:

$$E_{el}^\perp \simeq \frac{Gb^2}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{R}{b} \quad (11.20)$$

- Die Linienenergie hat die Dimension einer Kraft.
- R ist der äußere Radius des Zylinders. Da nur eine Versetzung darin enthalten sein darf, besteht der Zusammenhang mit der Versetzungsdichte: $R \approx \frac{1}{\sqrt{\rho}}$ mit $\rho \simeq 10^{14} m^{-2}$ und $R \simeq 0.1 \mu m$. Mit $\frac{R}{r_0} \simeq \frac{10^{-7} m}{10^{-10} m} \simeq 10^3$ ist das Spannungsfeld langreichweitig.
- $E_{el}^\odot \simeq \frac{Gb^2}{12} \ln(10^3) \simeq \frac{1}{2} Gb^2$ ($\simeq 4 eV \gg$ notwendige Energie zur Erzeugung von Leerstellen, $1 eV$)
 $E_{el}^\perp \simeq \frac{Gb^2}{12(1-\nu)} \ln(10^3) = \frac{3}{4} Gb^2 = \frac{3}{2} E_{el}^\odot$ da $\nu \simeq \frac{1}{3}$
- Die Linienenergie von Stufenversetzungen ist größer als die von Schraubenversetzungen. Demzufolge sind die Versetzungen elliptisch, da sie ihre Energie minimieren, indem sie Segmente mit kurzen Stufen und langen Schrauben Konfigurationen bevorzugen.
- Versetzungen können nicht thermisch erzeugt werden, da mit $4 eV \ll 1 eV$ die Linienenergie viel größer als die Leerstellenbildungsenergie ist. Versetzungen müssen mechanisch erzeugt werden.

11.2.10 Versetzungswechselwirkungen

Zunächst einmal, um die auf die Versetzungen wirkenden Kräfte untersuchen zu können, wird die beim Scheren geleistete Arbeit betrachtet. Sie lautet:

$$A = \tau l_2 \cdot l_3 \cdot b = K \cdot l_3 \cdot l_2 \quad (11.21)$$

wobei die Kraft K auf eine Versetzung pro Linienelement für den rechten Teil in Formel 11.21 berücksichtigt wurde.

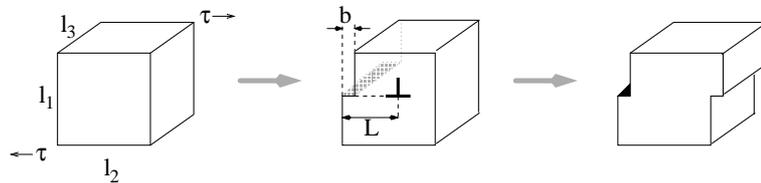


Abbildung 11.24: Scherung eines Kristalles durch Versetzungsbewegung.

Ein Vergleich der Koeffizienten führt auf $K = \tau b$. Dies ist die eindimensionale **Peach-Koehler-Gleichung**, ihre generelle Form für einen beliebigen Spannungszustand lautet:

$$\vec{K} = (\sigma \vec{b}) \times \vec{d}s \quad (11.22)$$

Die Peach-Koehler-Gleichung in ihrer allgemeinen Form kann nun herangezogen werden, um die Versetzungswechselwirkungen zu analysieren.

Schraubenversetzungen

a.) zwei parallele Schraubenversetzungen

(d.h. $\vec{b}_1 = \vec{b}_2$ und $|\vec{b}_1| = |\vec{b}_2|$)

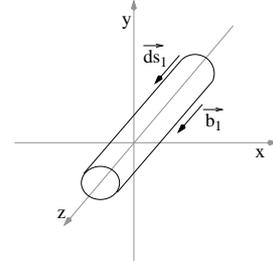
K_{12} ist die Kraft durch den Spannungszustand von Versetzung 1 auf Versetzung 2 mit dem Burgers Vektor \vec{b} und dem Linienelement $d\vec{s}$.

$$K_{12} = (\sigma_1 \cdot b_2) \times d\vec{s}_2$$

$$K_{12} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & 0 & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_2 \end{pmatrix} \right] \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$K_{12} = \begin{pmatrix} \tau_{xz} b_2 \\ \tau_{yz} b_2 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{yz} b_2 \\ -\tau_{xz} b_2 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \begin{aligned} \tau_{yz} &= +\frac{Gb}{2\pi} \frac{x}{x^2+y^2} \\ \tau_{xz} &= -\frac{Gb}{2\pi} \frac{y}{x^2+y^2} \end{aligned}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{Gb_1 b_2}{2\pi} \frac{x}{x^2+y^2} \\ \frac{Gb_1 b_2}{2\pi} \frac{y}{x^2+y^2} \\ 0 \end{pmatrix} \stackrel{\vec{b}_1 = \vec{b}_2}{=} \begin{pmatrix} \frac{Gb^2}{2\pi} \frac{x}{x^2+y^2} \\ \frac{Gb^2}{2\pi} \frac{y}{x^2+y^2} \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$\left. \begin{aligned} K_x &> 0 \\ K_y &> 0 \\ K_z &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{immer abstoßende Kräfte zwischen zwei parallelen Versetzungen} \\ \text{keine Kraft in Richtung der Versetzungslinie} \end{array}$$

b.) zwei antiparallele Schraubenversetzungen

(d. h. $\vec{b}_1 = -\vec{b}_2$)

$$\left. \begin{aligned} K_x &= -\frac{Gb^2}{2\pi} \frac{x}{x^2+y^2} < 0 \\ K_y &= -\frac{Gb^2}{2\pi} \frac{y}{x^2+y^2} < 0 \\ K_z &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{immer anziehende Wechselwirkung zwischen zwei antiparallelen Versetzungen} \\ \rightarrow \text{Versetzungsauslöschung} \end{array}$$

Stufenversetzungen

Es werden zwei parallele Stufenversetzungen betrachtet.

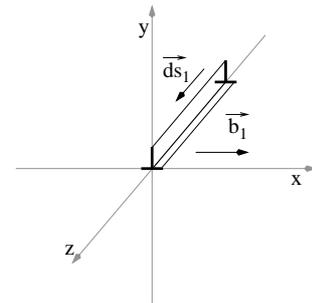
$$K_{12} = \left[\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$K_{12} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} b_2 \\ \tau_{xy} b_2 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{xy} b_2 \\ -\sigma_{xx} b_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$K_x = \frac{Gb_1 b_2}{2\pi(1-\nu)} \frac{x(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2} \stackrel{b_1 b_2}{=} \frac{Gb^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{x(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}$$

$$K_y = \frac{Gb_1 b_2}{2\pi(1-\nu)} \frac{y(3x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^2} \stackrel{b_1 b_2}{=} \frac{Gb^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{y(3x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^2}$$

$$K_z = 0$$



Parallele Stufenversetzungen stoßen sich ab; es gibt keine Kraftkomponente entlang der Versetzungslinie. Analog erfahren antiparallele Stufenversetzungen eine anziehende Wechselwirkung, die zu Versetzungsausheilung führt.

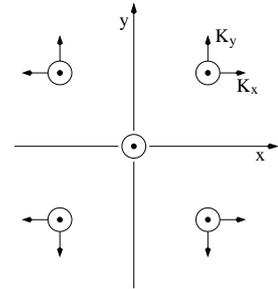
Diskussion der K_x - und K_y -Kraftkomponenten

Hierzu wird jede einzelne Komponente des Kraftvektors betrachtet. Positive und negative Kräfte sind nicht als anziehend oder abstoßend zu betrachten, sondern immer in Bezug auf das Koordinatensystem, in dem sie wirken.

Schraubenversetzungen

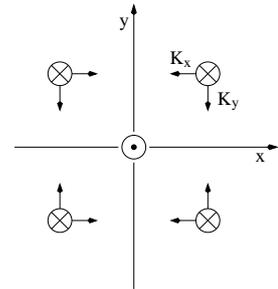
- parallel ($\vec{b}_1 = \vec{b}_2$)

1. Quadrant: beide Komponenten zeigen zu positiven Richtungen. Diese versuchen also, die zweite Versetzung von dem Kern der ersten (Ursprung) wegzustoßen.
 3. Quadrant: beide Komponenten haben negative x - und y -Werte. Wiederum wird die Versetzung von der im Ursprung abgestoßen.



- antiparallel ($\vec{b}_1 = -\vec{b}_2$)

1. Quadrant: diese Versetzung wird von der Versetzung im Ursprung angezogen. Beide Komponenten des Kraftvektors zeigen in negative Richtung. Die Versetzung versucht, zum Zentrum zu gelangen.
 2. Quadrant: eine positive x -Komponente und eine negative y -Komponente führen zu einer anziehenden Wechselwirkung beider Versetzungen. Im Detail: positiver y -Wert mit negativem Vorzeichen und negativer x -Wert mit positivem Vorzeichen führen zu der beschriebenen Situation.



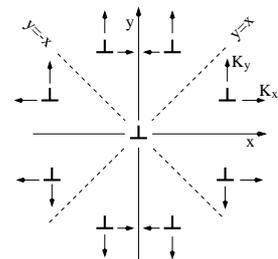
Stufenversetzungen

Zunächst einmal wird die erste Versetzung im Koordinatensystem und im Kristall verankert. Die Versetzung gleitet in x -Richtung und klettert in y -Richtung, wenn das nebenstehende Bild zugrunde gelegt wird. Die Versetzung verläuft entlang der z -Richtung.

- K_x : Gleitkraft (xz -Ebene = Gleitebene)
- K_y : Kletterkraft (senkrecht zur Gleitebene)
- K_z : Kraft entlang der Versetzungslinie

Nun sind die Werte x und y zu betrachten und daraus die K_x und K_y Komponenten zu bestimmen. Hierbei ist das Vorzeichen zu beachten.

1. Quadrant: für $y > x$ wird die Versetzung in Richtung der y -Achse gedrückt und dort kann sie sich nur durch Klettern weiterbewegen. Für $y < x$ wird die Versetzung zur $x = y$ -Linie bewegt und weg von der Versetzung im Ursprung. Dieser Sachverhalt wiederholt sich, sodaß das Problem axisymmetrisch zu der x - und y -Achse ist.



ZUM NACHDENKEN:

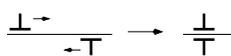
- Wie groß ist die elastische Linienenergie einer Stufenversetzung?
- Was gilt für die Burgers Vektoren zweier sich anziehenden Versetzungen?

Einige ausgewählte Fälle

a.) zwei Stufenversetzungen in derselben Gleitebene

(d. H. $y = 0 \Rightarrow K_x = \frac{Gb_1b_2}{2\pi(1-\nu)} \frac{1}{x}$, $K_y = 0 \Rightarrow$ also reines Gleiten, kein Klettern)

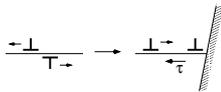
- $\vec{b}_1 = -\vec{b}_2$



perfekter Kristall

$\Rightarrow \vec{K}_1 = -\vec{K}_2 \rightarrow$ anziehende Wechselwirkung zwischen den Versetzungen
 $\Rightarrow \vec{b}_1 + \vec{b}_2 = 0 \rightarrow$ nach dem Zusammentreffen bleibt keine Versetzung zurück, also Versetzungs-Ausheilung

- $\vec{b}_1 = \vec{b}_2$



ein Spannungsfeld hält Versetzungen von Hindernissen fern

$\Rightarrow \vec{K}_1 = \vec{K}_2 \rightarrow$ Abstoßende Wechselwirkung zwischen den Versetzungen, insbesondere dann, wenn sie auf ein Hindernis treffen. Es kommt zur Aufreihung von Versetzungen.

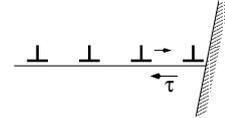
Für N Versetzungen gilt: $\tau = \frac{NGb}{2\pi(1-\nu)L} \Rightarrow N = \frac{\tau 2\pi(1-\nu)L}{Gb}$, da $\nu \approx \frac{1}{3} \Rightarrow N = \frac{4L\tau}{Gb} = \frac{2L_k\tau}{Gb}$

$$\tau_{loc} = N\tau$$

$$\tau_{loc} \approx \frac{2\tau^2 L_k}{Gb}; \tau_{crit} \leq \tau_{loc}$$

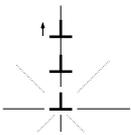
$$\Rightarrow \tau \geq \sqrt{\frac{\tau_{crit} Gb}{2L_k}}$$

Die Scherspannung hängt von der Anzahl der Versetzungen N und dem Peierls Potential τ_0 ab.



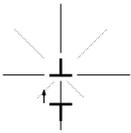
b.) zwei Stufenversetzungen in verschiedenen Gleitebenen

- $\vec{b}_1 = \vec{b}_2$



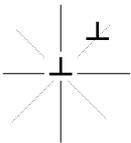
Bei parallelen Burgers Vektoren kommt es zu einer stabilen Versetzungs-Konfiguration, wenn die Versetzungen aufeinander gestapelt angeordnet sind ($x = 0$). Diese Versetzungsstrukturen findet man oft in Kleinwinkelkorngrenzen wieder. Die Kräfte sind abstoßend und führen zu Kletterprozessen.

- $\vec{b}_1 = -\vec{b}_2$



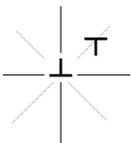
Bei antiparallelen Burgers Vektoren ist die Anordnung ebenfalls übereinander stabil, wohingegen die Kletterkräfte anziehend sind.

- $\vec{b}_1 = \vec{b}_2; x = y$ (45°-Position)



$K_x = 0; K_y = \frac{Gb_1 b_2}{2\pi(1-\nu)y} \frac{4}{y}$ Es gibt keine Gleitkräfte in dieser Konfiguration und demnach ist die Situation / Anordnung metastabil, da eine kleine Änderung sofort zu Versetzungsbewegung führt.

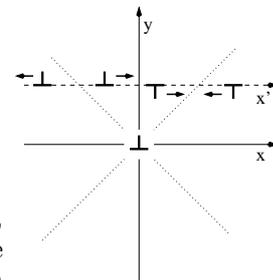
- $\vec{b}_1 = -\vec{b}_2; x = y$ (45°-Position)



Die Anordnung von antiparallelen Versetzungen in der 45°-Position ist stabil, man spricht auch von einem Versetzungs-Dipol, wobei das Spannungsfeld sehr stark abfällt. Diese Anordnung wird in der Realität beobachtet und ist für die Materialermüdung entscheidend.

Generell gilt

- $\vec{b}_1 = \vec{b}_2$
abstoßende Wechselwirkung zwischen den Versetzungen
- $\vec{b}_1 = -\vec{b}_2$
anziehende Wechselwirkung zwischen den Versetzungen
- je nachdem ob Versetzungen parallel oder antiparallel zueinander sind, kommt es zu Kräften, die die Versetzung stapeln möchten oder in die 45°-Position schieben. (... ist diese/jene Versetzungsanordnung günstiger)



11.2.11 Passierspannung von zwei Versetzungen

Um einen Polykristall zu verformen, müssen die stabilen Positionen der Versetzungen überwunden werden. Die Passierspannung τ_{PS} kann nach der Peach-Koehler-Gleichung angegeben werden:

$$\tau_{PS} \geq \frac{K_{x, \max}}{b} \tag{11.23}$$

Die Versetzungen bewegen sich auf parallelen Gleitebenen. Jede Versetzung erfährt dabei eine Wechselwirkung mit den anderen Versetzungen auf den parallelen Gleitebenen. Im einfachsten Fall betrachtet man die Kraft, die zwischen zwei parallelen Schraubenversetzungen wirkt. Da das Spannungsfeld der Schraubenversetzungen radialsymmetrisch ist hat die Kraft nur eine radiale Komponente, die lediglich vom Abstand der Versetzungen abhängt, sie lautet:

$$F_r = \tau_{\Theta z} b = \frac{Gb^2}{2\pi r}$$

Die Kraft zwischen zwei parallelen Stufenversetzungen mit dem gleichen Burgers Vektor ist keine Zentralkraft und man muß daher eine radiale und eine tangentielle Komponente berücksichtigen. Die Kraft pro Einheitslänge ist gegeben durch:

$$F_r = \frac{Gb^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{1}{r} \quad F_{\Theta} = \frac{Gb^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{\sin 2\Theta}{r}$$

Da sich die Versetzungen vornehmlich in der Gleitebene bewegen ist vor Allem die x-Komponente der Kraft interessant.

$$\begin{aligned} F_x &= F_r \cos \Theta + F_{\Theta} \sin \Theta \\ &= \frac{Gb^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{x(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \end{aligned}$$

In Abbildung 11.25 zeigt die Kraft F_x mit dem Abstand x , wobei x eine Funktion von y ist.

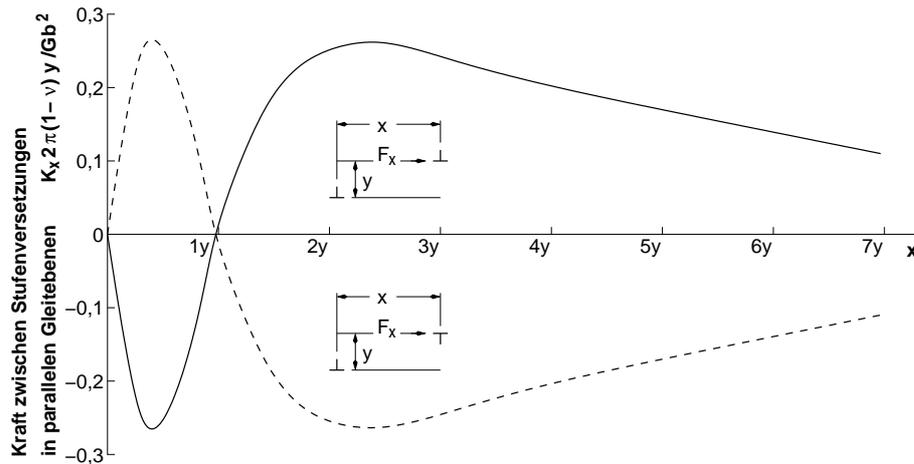


Abbildung 11.25: Kraft zwischen zwei parallelen (durchgezogene Linie) und antiparallelen (gestrichelte Linie) Burgers Vektoren im Abstand x , wobei dieser als Funktion von y angegeben wird.

Die Versetzungen mit parallelen Burgers Vektoren stoßen sich ab, wenn $x > y$ (also $\Theta < 45^\circ$) ist und ziehen sich an für $x < y$ ($\Theta > 45^\circ$). F_x ist Null bei $x = 0$ und $x = y$.

Die maximale Schubspannung, mit der zwei parallele Stufen auf parallelen Gleitebenen, die einen Abstand von y voneinander haben, miteinander wechselwirken wird durch Differenzieren gefunden. Es liegt bei:

$$x_{\max} = (\pm 1 \pm \sqrt{2})y$$

Und damit gilt für die Kraft:

$$F_{x, \max} = \frac{Gb^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{1}{y}$$

mit $\nu \simeq \frac{1}{3}$

$$K_{x, \max} = \frac{Gb^2}{4y}$$

mit dem Zusammenhang zwischen der Versetzungsdichte ρ_{PS} in parallelen Gleitebenen: $\frac{1}{y} = \frac{1}{d} = \sqrt{\rho_{PS}}$ und $\alpha_1 \simeq \frac{1}{4}$ folgt:

$$\tau_{PS} = \alpha Gb\sqrt{\rho_{PS}} \quad (11.24)$$

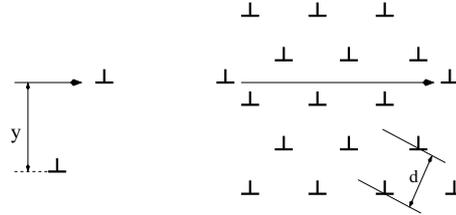


Abbildung 11.26: Zwei Versetzungen passieren einander im Abstand y (links). Dieser Abstand ist proportional zum mittleren Abstand der Versetzungen in parallelen Gleitebenen d (rechts).

11.2.12 Schneidspannung von zwei Versetzungen

Das Schneiden von Versetzungen führt zu der Bildung von Knicken und Sprüngen. Die Energie um einen Sprung zu erzeugen ist:

$$E^\perp = \frac{1}{2}Gb^2b$$

Der Sprung hat die Länge b . Diese Energie muß durch die von außen angelegte Spannung aufgebracht werden. Nach der Peach-Koehler-Gleichung gilt: $F = \tau_{CS}bl_w$ mit l_w der freien Versetzungs-Weglänge. Demzufolge gilt:

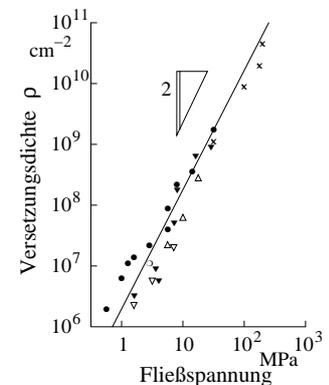
$$E^\perp = \frac{1}{2}Gb^2b = \tau_{CS}bl_wb$$

und für die Schneidspannung gilt dann:

$$\tau_{CS} = \frac{1}{2} \frac{Gb}{l_w} = \frac{1}{2}Gb\sqrt{\rho_w}$$

mit $l_w = \frac{1}{\sqrt{\rho_w}}$. Schließlich erhält man die **Taylor-Formel** für Versetzungs-Verfestigung durch einfache Addition von Schneid- und Passierspannung:

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \alpha_1 Gb\sqrt{\rho_{ps}} + \frac{1}{2}Gb\sqrt{\rho_w} \\ &\simeq \alpha Gb\sqrt{\rho} \end{aligned} \quad (11.25)$$



11.2.13 Frank-Read-Quelle

Versetzungen werden an Oberflächen von Kristallen erzeugt, wo sie anfangen und enden. Darüberhinaus können Versetzungen auch im Innern von Kristallen erzeugt werden. Die Erzeugung von Versetzungen und die Beschreibung des dazugehörigen Mechanismus ist unter dem Begriff Frank-Read-Quelle bekannt. Zwischen zwei Haltepunkten, die unterschiedliche Charakteristika haben können, liegt eine Versetzung, die unter dem Einfluß einer äußeren Spannung verformt wird. Die Scherkraft τb wirkt auf die Länge l . Ist die Kraft groß genug, wird die Versetzungslinie vergrößert.

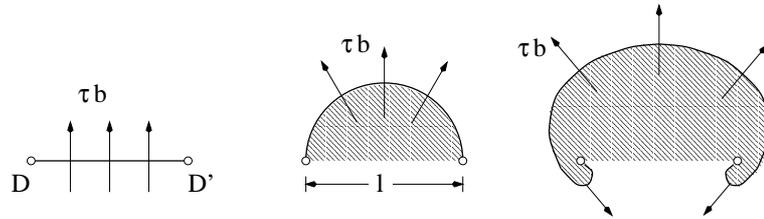


Abbildung 11.27: Verformung / Ausbauchung einer Versetzung aufgrund einer äußeren Spannung.

Die Scherkraft ist in jedem Punkt senkrecht zur Versetzungslinie, daher kommt es zu Kräften auf die Versetzungslinie, die der ursprünglichen Scherkraft entgegengerichtet sind. Wenn die Bäuche dieser Teile sehr eng zusammen kommen, dann können sich die Teile der Versetzung zusammenschließen.

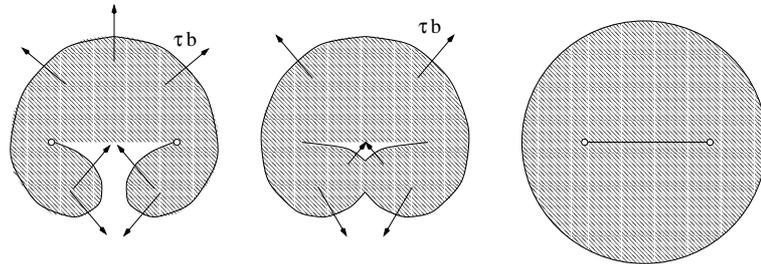


Abbildung 11.28: Die Frank-Read-Quelle erzeugt einen Versetzungsring und reproduziert sich selber.

Wenn die Versetzung Stufencharakter hatte, dann haben die Bäuche an der Stelle Schrauben-Konfiguration, wo die Segmente antiparallel liegen. Durch die antiparallele Konfiguration haben die Segmente anziehende Wechselwirkung und die Versetzung wird an dieser Stelle ausgelöscht. Dieses Szenario endet mit einer geraden Versetzungslinie zwischen den beiden Haltepunkten und einem darum liegenden Versetzungsring. Dieser Prozeß wiederholt sich von selber, der ohne Änderung der äußeren Bedingungen nicht endet.

ZUM NACHDENKEN:

- Wovon hängen in erster Linie Schneid- und Passierspannung von zwei Versetzungen ab?
- Warum kommt es bei der Frank-Read-Quelle zu einem Ausbauchen der Versetzungslinie (auch) entgegengesetzt zur äußeren Spannung?

11.2.14 Teilversetzungen und Stapelfehler

Bisher wurden nur ganze Versetzungen betrachtet, was bedeutet, daß die Kristallstruktur nach einem elementaren Abgleitschritt bis auf die Versetzungslinie ungestört wieder hergestellt wird. Darüberhinaus gibt es sogenannte Teilversetzungen. Die Linienenergie einer Versetzung kann noch weiter herabgesetzt werden, wenn die Versetzung in Teilversetzungen aufspaltet, wie es in Abbildung 11.29 gezeigt ist. In diesem Fall spaltet die Versetzung in zwei Halbversetzungen auf.

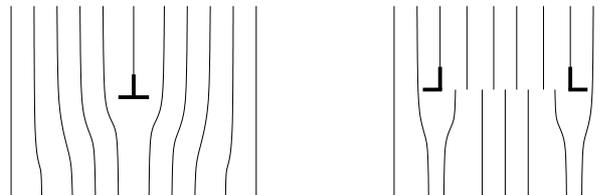
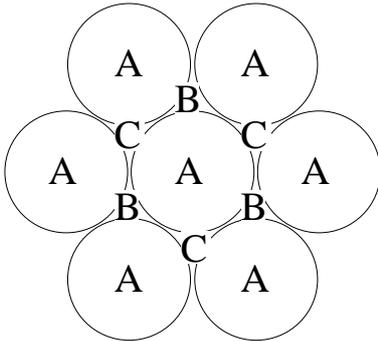


Abbildung 11.29: Teilversetzung: Eine Versetzung (links) spaltet in zwei Halbversetzungen auf (rechts) und verursacht eine zwischen den Teilversetzungen liegende Störung des Gitters.

Eine mögliche Aufspaltung ist:

$$\vec{b} = \frac{a}{2}[1\ 0\ 1] = \frac{a}{6}[1\ 1\ 2] + \frac{a}{6}[2\ \bar{1}\ 1]$$

Die Linienenergie ist proportional zu $E_L \propto Gb^2$. Auf der linken Seite steht damit $\frac{a^2}{4} \cdot 2 = \frac{a^2}{2}$ und auf der rechten Seite: $\frac{a^2}{36} \cdot 6 + \frac{a^2}{36} \cdot 6 = \frac{a^2}{3}$. Demzufolge ist ein Versetzungsaufspalten energetisch günstiger ($\frac{a^2}{3} < \frac{a^2}{2}$). Diesen Typ von Versetzungen nennt man auch 'Schokley Versetzungen' des kubisch flächenzentrierten Gitters; sie verursachen Stapelfehler.



Wenn man in $\langle 111 \rangle$ -Richtung einer kubisch flächenzentrierten Struktur sieht, so erkennt man eine sechsfache Symmetrie. In einem kfz-Material ist die Stapelfolge der Atome von einer Ebene zu der Nächsten $\textcircled{A} - \textcircled{B} - \textcircled{C}$. Läuft nun eine Versetzung mit $\vec{b} = \frac{a}{2} \langle 110 \rangle$ durch den Kristall, so wird ein Atom auf der Lage \textcircled{C} auf die nächste \textcircled{C} Position geschoben. Eine Teilversetzung würde das Atom zunächst auf eine Position \textcircled{B} schieben. Auf diese Weise entsteht ein Stapelfehler. Die Stapelsequenz ist dann $\textcircled{A} - \textcircled{B} - \textcircled{A} - \textcircled{B}$. (Dies entspricht der hexagonalen Symmetrie!) Man benötigt nun eine zweite Teilversetzung, um den Stapelfehler wieder zu entfernen.

Die Bewegung einer Teilversetzung führt also nicht zu einer Zerstörung des Gitters, sondern zu Stapelfehlern. Die Teilversetzungen, die aus einer Versetzung entstanden sind, wechselwirken miteinander. Spaltet eine Versetzung auf, so entstehen immer gemischte Teilversetzungen, also mit Stufen- und Schraubencharakter. Die Stufen- und Schraubenanteile stoßen sich jeweils voneinander ab, während zwischen den Stufen- und Schraubenanteilen keine Wechselwirkung existiert. Die Teilversetzungen würden sich also weit voneinander entfernen, wenn damit nicht auch eine Störung des Gitters verbunden wäre. Ist die Stapelfehlerenergie pro Flächeneinheit $\gamma_{SF} [N/m]$, so gilt:

$$E_{SF} = \gamma_{SF} \cdot L \cdot x$$

L - Länge und x - Abstand der Versetzungen. Es wirkt also eine Kraft zur Verkleinerung des Stapelfehlers:

$$K_{SF} = -\frac{d E_{SF}}{d x} = -\gamma_{SF}$$

und es gibt eine Kraft, die diese ausgleicht:

$$K_R = \frac{G \cdot b_{p1} \cdot b_{p2}}{2\pi} \frac{x}{x^2 + y^2}$$

vereinfacht zu zwei parallelen Schraubenversetzungen ($y = 0$):

$$K_R = \frac{G \cdot b_{p1} \cdot b_{p2}}{2\pi x}$$

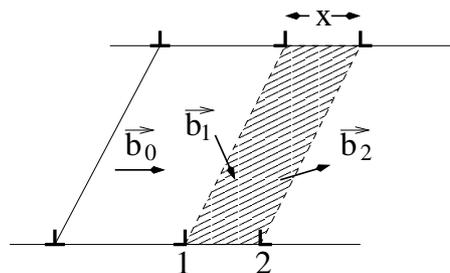


Abbildung 11.30: Aufspalten einer Versetzung in Schokley Versetzungen.

Die Aufspaltung von Versetzungen \vec{b}_0 in zwei Teilversetzungen \vec{b}_1 und \vec{b}_2 ist in Abbildung 11.30 gezeigt, ebenso die dadurch entstehende Fläche des gestörten Gitters.

Da die beiden Kräfte, die die Teilversetzungen auseinander beziehungsweise zusammen treiben, im Gleichgewicht stehen gilt: $K_R = -K_{SF} \rightarrow K_R + K_{SF} = 0$. Betrachtet man nun einen einfachen Fall, wo eine Versetzung aufspaltet in: $[1\ 1\ 1] \rightarrow [1\ 1\ 2] + [2\ \bar{1}\ 1]$, wobei der Burgers Vektor $b_p = \frac{a}{6} < 1\ 1\ 2 >$ ist, dann gilt:

$$\frac{G \cdot \vec{b}_{p1} \cdot \vec{b}_{p2}}{2\pi x_{SF}} = \frac{G \cdot a^2 \cdot 3}{2\pi x_{SF} 36} = \frac{Ga^2}{24\pi x_{SF}}$$

$$x_{SF} = \frac{Ga^2}{24\pi \gamma_{SF}} \tag{11.26}$$

Die Aufspaltungsweite hängt damit empfindlich von der Stapelfehlerenergie ab. So sind zum Beispiel die Versetzungen in Silber viel weiter aufgespalten als in Aluminium. Demzufolge werden in Silber viel größere Spannungen benötigt, um die aufgespaltenen Versetzungen wieder einzuschnüren, was für die Versetzungsbewegung zwingend erforderlich ist, damit diese quergleiten können. Aluminium hat aus diesem Grund viel geringere Festigkeiten als Silber.

fcc-type material	Ag	Cu	Ni	Al
γ_{SF} [mJ/m ²]	20	40	150	180
x_{SF}/b	15	11	5	1



A



B

ZUM NACHDENKEN:

- Warum kommt es zur Aufspaltung von Versetzungen?
- Wie bewegen sich aufgespaltene Versetzungen?

Tabelle 11.3: A: niedrige Stapelfehlerenergie → Versetzungsaufspaltung ist groß
 B: hohe Stapelfehlerenergie → Teilversetzungen liegen näher beieinander.

Einige Konsequenzen der Versetzungsaufspaltung

- Ursprünglich bewegen sich Stufenversetzungen ($\vec{b} \perp d\vec{s}$) in einer ausgewiesenen Gleitebene, wohingegen Schraubenversetzungen ($\vec{b} \parallel d\vec{s}$) sich in mehreren möglichen Gleitebenen bewegen können. Spalten die Versetzungen auf, so bekommen Schraubenversetzungen einen Anteil mit Stufenkonfiguration und haben demzufolge auch eine ausgewiesene Gleitebene. Dies ist die Ebene des Stapelfehlers.
- Die Wahrscheinlichkeit des Quergleitens hängt von der Stapelfehlerenergie ab. Metalle mit einer hohen Stapelfehlerenergie haben kleine Abstände zwischen den Teilversetzungen und demzufolge eine hohe Wahrscheinlichkeit zur Quergleitung. Die Teilversetzungen müssen nicht weit eingeschnürt werden, um die Gleitebene zu wechseln.
- In kubisch raumzentrierten Materialien ist die Stapelfehlerenergie sehr hoch und der Abstand der Versetzungen sehr gering. Zum Beispiel spaltet sich eine Versetzung in vier Teilversetzungen gemäß folgenden Zusammenhangs auf:

$$\frac{a}{2}[1\ 1\ 1] = \frac{a}{8}[1\ 1\ 0] + \frac{a}{8}[1\ 0\ 1] + \frac{a}{8}[0\ 1\ 1] + \frac{a}{4}[1\ 1\ 1]$$

Wenn eine solche Versetzung erst einmal in dieser Form aufgespalten ist, so bewegen sich die Versetzungen nicht mehr, da der Stapelfehler nun nicht mehr in einer Ebene liegt. Das Material wird spröde. Dies ist in den beiden rechten Teilbildern von Abbildung 11.31 gezeigt.



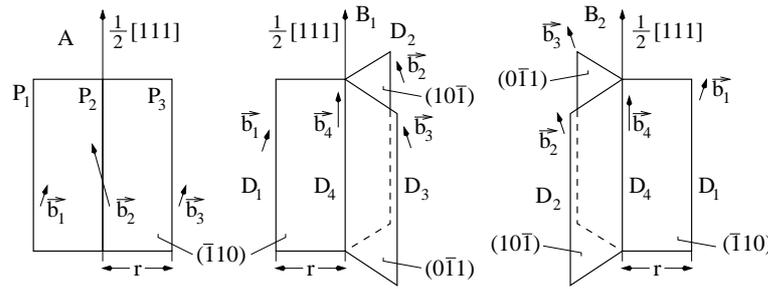


Abbildung 11.31: Gleitfähige (links) und seßhafte (mitte und rechts) Konfigurationen bei der Versetzungsaufspaltung in kubisch raumzentriertem Material.

In Abbildung 11.31 sind gleitfähige und seßhafte Konfigurationen für die Versetzungsaufspaltung in kubisch raumzentrierten Kristallstrukturen gezeigt. Ein aufgespaltenes System von Teilversetzungen bleibt gleitfähig, wenn beide Gleitebenen planar zueinander liegen.

In dieser Konfiguration kann von einer 60-prozentigen Energieeinsparung ausgegangen werden, da die Linienenergie von $\frac{a}{2}[111]$ proportional zu $\frac{3}{4}a^2$ ist, wohingegen die Teilversetzungen auf eine gesamte Linienenergie von $\frac{9}{32}a^2$ kommen. Demnach wird es immer zur Versetzungsaufspaltung kommen. Die Überwindung der seßhaften Konfiguration der Teilversetzungen muß thermisch aktiviert werden. Nur auf diese Weise wird ein Quergleiten der Versetzungen ermöglicht. Demzufolge erwartet man eine Zunahme der Sprödigkeit mit der Temperatur, das heißt $Fe < Cr < Mo < W$.

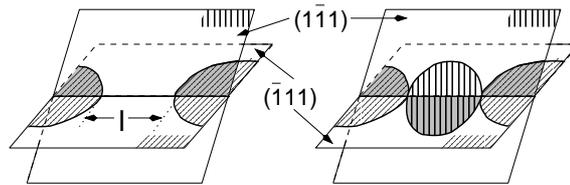


Abbildung 11.32: Teilversetzungen können nur dann quergleiten, wenn zumindest auf kurzen Strecken die Versetzungsaufspaltung aufgehoben wird.

Das Quergleiten von Teilversetzungen ist nur dann möglich, wenn diese auf einer Länge l wieder zu einer Versetzung zusammengeführt werden, wie es in Abbildung 11.32 gezeigt ist. Bei erneutem Aufspalten kann die Gleitebene wechseln (hier von $(\bar{1}11)$ auf $(1\bar{1}1)$).

- Schraubenversetzungen sind in kubisch raumzentrierten Materialien schwerer zu bewegen als Stufenversetzungen. Dies steht im Gegensatz zum Fall kubisch flächenzentrierter Materialien; dafür ist die Linienenergie verantwortlich.

11.3 Gleitsysteme in wichtigen Kristallstrukturen

Zur Wiederholung einige Konsequenzen des bisher über Versetzungen Gesagten:

- Ein Gleitsystem besteht aus einer Gleitebene (GE) und Versetzungen, die auf ihr gleiten. Da die Versetzungen keine Sprünge haben dürfen, um gleiten zu können, gilt: $\vec{b} \cdot \vec{n}_{GE} = 0$.
- Die Linienenergie der Versetzungen ist proportional zu b^2 . Demzufolge sind die kürzesten Translationsvektoren des Gitters bevorzugte Gleitrichtungen; in dieser Richtung ist das Peierls-Potential gering.
- Die Gleitebenenchar mit den kleinsten Millerschen Indices hat den größten Ebenenabstand d . Zum Beispiel gilt für ein kubisches System (a - Gitterparameter; d - Ebenenabstand):

$$d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

11.3.1 Kubisch flächenzentrierte Struktur

Gleitrichtung: $b = \frac{a}{2} \langle 110 \rangle$.

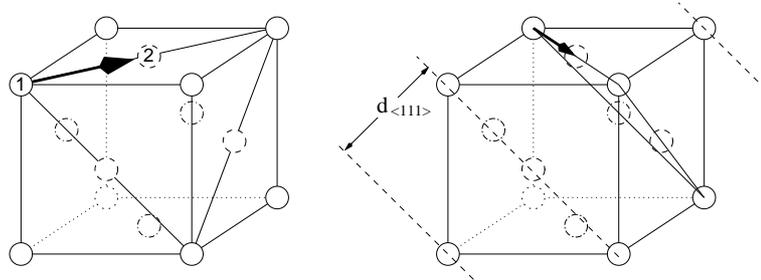


Abbildung 11.33: Kubisch flächenzentriertes System mit den eingezeichneten kürzesten Atomabständen in $\langle 111 \rangle$ -Richtung.

Gemäß der Abbildung 11.33 ist der kürzeste Abstand in einer kubisch flächenzentrierten Struktur zwischen Atom ① und Atom ②. Dieser Abstand repräsentiert die Gleitrichtung. Sucht man nun die symmetrisch äquivalenten Vektoren, so spannt die Schar dieser Vektoren die Gleitebene auf, wie es in der Abbildung gezeigt ist. Um eine Gleitebene zu identifizieren, muß man nach dichtest gepackten Ebenen suchen. Um unterschiedliche Ebenen miteinander vergleichen zu können, muß man die Anzahl der Atome pro Elementarzelle, die in der Gleitebene liegen, bestimmen. Schließlich teilt man diese Anzahl durch die umschlossene Fläche. So gilt zum Beispiel:

{100} Die Anzahl der Atome ist $1 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{4} = 2$, da ein Atom im Zentrum der Fläche sitzt und vier Atome auf den Ecken und damit in jeweils vier Flächen gleichzeitig. Die Fläche ist a^2 und damit ist die Flächenpackungsdichte $d_p = 2/a^2$.

{111} Die Anzahl der Atome ist $3 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{6} = 2$, da drei Atome auf den Kanten in jeweils zwei Flächenelementen enthalten sind, sowie drei Atome auf den Ecken, die in jeweils sechs Flächenelementen enthalten sind.

In der Fläche gilt: $l^2 = h^2 + p^2$; $2p = l$ und damit $h^2 = l^2 - \frac{1}{4}l^2$.

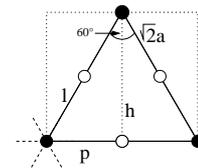
Schließlich gilt $h = \frac{\sqrt{3}}{2}l$.

Die Fläche bestimmt sich dann zu $A = \frac{\sqrt{3}}{2}l \cdot \frac{1}{2}l = \frac{\sqrt{3}}{4}l^2$.

Nun gilt $l = \sqrt{2}a$ mit a -Gitterparameter und damit:

$$A = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$$

Die Flächenpackungsdichte ist damit $d_p = 4/\sqrt{3}a^2$



Da der Wert der Flächenpackungsdichte in der {111} Ebene größer ist als der in der {100} Ebene kann man schließen, daß die {111} Ebene die bevorzugte Gleitebene darstellt.

11.3.2 Kubisch raumzentrierte Struktur

Gleitrichtung: $b = \frac{a}{2} \langle 111 \rangle$.

In der nebenstehenden Abbildung sind drei verschiedenen Ebenen eingezeichnet. Die {001} Ebene hat eine kleinere Fläche bei mehr darin liegenden Atomen als die beiden Anderen. Es ist also leicht einzusehen, daß die {001} Ebene die bevorzugte Gleitebene darstellt. Dennoch werden auch die {112} und {123} Gleitebenen beobachtet.

