

Abbildung 11.19: Schritt-für-Schritt Klettern einer Atomreihe in eine Versetzung.

Durch das fehlende Atom an der Versetzung rücken andere Atome in das freie Volumen und begünstigen so die Bewegung der Atomreihe. Der Prozeß des Versetzungskletterns unterliegt damit einigen Bedingungen, nämlich: Dem Vorhandensein von Leerstellen, hinreichende Diffusion, hohe Temperaturen ($> 0,5T_S$). Die Leerstellenbeweglichkeit und Konzentration ist nach dem Arrhenius Gesetz am $0,5T_S$ hinreichend hoch.

11.2.7 Versetzungswechselwirkungen

Ein Sprung in einer Versetzung kann aber auch durch die Wechselwirkung oder vielmehr durch das Schneiden von zwei Versetzungen erzeugt werden. Angenommen, es schneiden sich zwei Schraubenversetzungen in zwei zueinander senkrecht stehenden Gleitebenen.

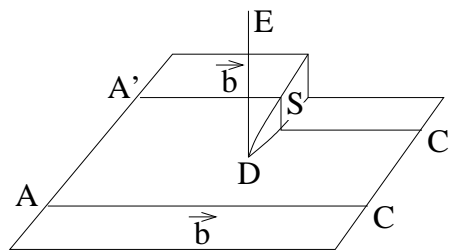


Abbildung 11.20: Schneiden zweier Schraubenversetzungen AC und ED in zwei zueinander senkrecht stehenden Ebenen (nur eine gezeigt).

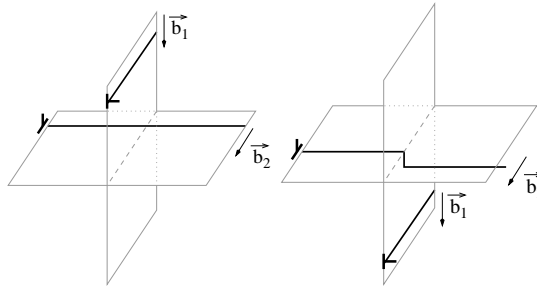
Die eine Ebene ist in Abbildung 11.20 eingezeichnet. Auf ihr bewegt sich die Versetzung \overline{AC} , die andere steht senkrecht auf ihr und verläuft von vorn nach hinten. Wenn nun die Versetzungslinie \overline{AC} den Punkt D passiert, wird ein Sprung in der Versetzung durch die Versetzung \overline{DE} geschaffen. Dieser Sprung ist in Abbildung 11.20 durch S gekennzeichnet. Da eine Versetzung nicht innerhalb des Kristalls enden kann, werden die beiden Teile links und rechts des Sprunges durch diesen in Verbindung gehalten. Der Sprung hat seinerseits Stufen-Konfiguration, da der Burgers Vektor der Versetzung auf ihm senkrecht steht. $\overline{A'C'}$ kann nun nicht mehr gleiten, da es nun einen Teil (S) gibt, der sich durch Klettern bewegen muß. Auf diese Weise kann Material verfestigt werden.

Im nun Folgenden werden die verschiedenen Möglichkeiten diskutiert, die sich ergeben, wenn sich zwei Versetzungen auf zwei senkrecht zueinander stehenden Ebenen schneiden. Generell kann durch die Wechselwirkung von zwei Versetzungen in der Versetzungslinie eine Unterbrechung erzeugt werden, wenn der Burgers Vektor der schneidenden Versetzungslinie senkrecht auf der ersten Versetzungslinie steht. Diese Unterbrechung hat die Länge eines Burgers Vektors. Obwohl Versetzungen unterschiedliche Richtungen haben können, besitzen sie immer denselben Burgers Vektor. Ein Sprung ist eine Unterbrechung der Versetzungslinie, die außerhalb der Gleitebene liegt, während ein Knick innerhalb der Gleitebene liegt.

Goldene Regel:

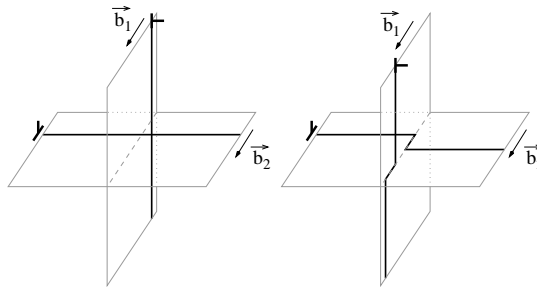
Ein Sprung oder Knick wird in einer Versetzungslinie durch die Wechselwirkung mit einer zweiten Versetzungslinie in Richtung und mit der Länge des Burgers Vektors der zweiten Versetzung erzeugt. Je nachdem, ob die Unterbrechung weiterhin in der Gleitebene der Versetzung verbleibt oder nicht, spricht man von Knick oder Sprung.

Zwei Stufenversetzungen mit zueinander senkrecht stehenden Burgers Vektoren



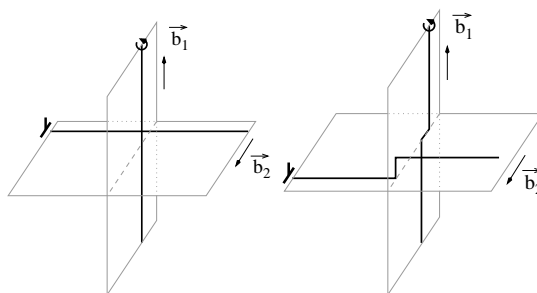
⇒ Versetzung 2 hat einen Sprung mit Stufenkonfiguration da $\vec{b}_2 \perp \vec{d}s_2$.
Nichts passiert mit $\vec{d}s_1$ da er parallel zu b_2 liegt.

Zwei Stufenversetzungen mit zueinander parallelen Burgers Vektoren



⇒ Beide Versetzungen bekommen Knicke mit Schraubenkonfiguration, da $\vec{b}_1 \parallel \text{Knick}_1$, sowie $\vec{b}_2 \parallel \text{Knick}_2$. Diese Knicke sind nicht stabil und können sich während des Gleitens selber ausheilen.

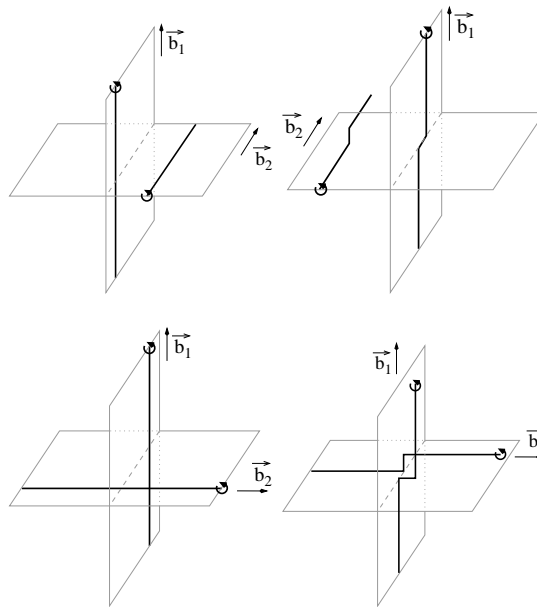
Eine Stufen- und eine Schraubenversetzung



⇒ Der Sprung in der Stufenversetzung und der Knick in der Schraubenversetzung haben Stufenkonfiguration da $\vec{b}_i \perp \vec{d}s_i$.

Zwei Schraubenversetzungen

In diesem Fall wird zusätzlich berücksichtigt, ob die eine Versetzung parallel (erster Fall), oder senkrecht (zweiter Fall) zu der Gleitebene der anderen Versetzung liegt.



ZUM NACHDENKEN:

- Wie lautet die goldene Regel bei der Versetzungs-Wechselwirkung?
- Was sind Knick und Sprung?
- Was passiert beim Schneiden einer Stufen- mit einer Schraubenversetzung?

In dem Fall, wo die eine Versetzung mit \vec{b}_2 parallel zu der Gleitebene der anderen Versetzung mit \vec{b}_1 liegt, wird durch die Wechselwirkung der Versetzungen in der Versetzung mit \vec{b}_1 ein Knick mit Stufenkonfiguration und in der Versetzung mit \vec{b}_2 ein Sprung, ebenfalls mit Stufenversetzung erzeugt. Im anderen Fall, wenn die Versetzungen senkrecht auf der Gleitebene der jeweils anderen Versetzung stehen (unten) werden in beiden Versetzungen Sprünge mit Stufenkonfiguration erzeugt.

⇒ Die Sprünge und der Knick haben Stufenkonfiguration, da $\vec{b}_i \perp ds_i$.

11.2.8 Spannungsfelder von Versetzungen

Mit dem Einbau von Versetzungen in den Kristall ist eine Formänderung des Kristalls verbunden, die eine elastische Verspannung des Gitters verursacht. Diese elastischen Verspannungen haben ihrerseits nun wieder Auswirkungen auf die mechanischen Eigenschaften des Festkörpers und auch gegenseitig aufeinander.

Für die Analyse der Spannungsfelder betrachtet man die allgemeine Form des Hookschen Gesetzes

$$\sigma_{ij} = C \varepsilon_{ij} \quad (11.16)$$

in der die Spannung, oder vielmehr der Spannungszustand als 3×3 Matrix beschrieben wird. Diese Matrix enthält die eigentlichen Normalspannungen σ_{ii} und die Schubspannungen in den entsprechenden ij -Ebenen: τ_{ij}

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$

Diese Matrix ist symmetrisch, das heißt $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ und $\tau_{ij} = \tau_{ji}$. Analog ist der Dehnungszustand durch eine 3×3 Matrix beschrieben

$$\varepsilon_{ij} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} & \varepsilon_{yy} & \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} & \gamma_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix}$$

die ihrerseits wiederum symmetrisch ist und die Normaldehnung ε_{ii} und Scherdehnung γ_{ij} enthält.

Spannungsfeld einer Schraubenversetzung

Hierzu wird ein Hohlzylinder um eine Versetzung betrachtet. Die plastischen Dehnungen im Zentrum des Zylinders wären zu groß als daß man sie kontinuumsmechanisch behandeln könnte. In Zylinderkoordinaten kann für die elastische Verzerrung des Hohlzylinders, wie es in Abbildung 11.21 gezeigt ist, Folgendes angenommen werden

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{zz} = 0 = \tau_{r\theta} = \tau_{rz}$$

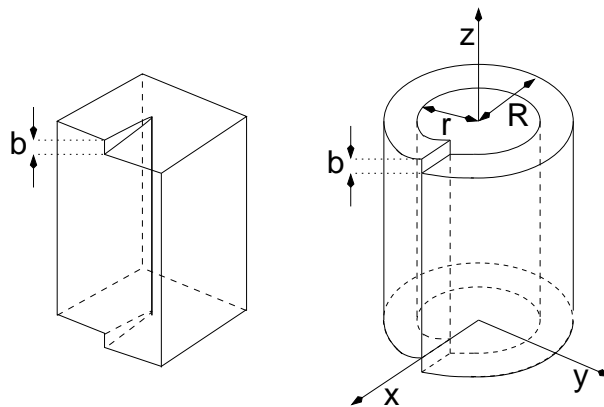


Abbildung 11.21: Schraubenversetzung und ein Hohlzylinder, der im Mantel einen entsprechenden Versatz aufweist.

Beachte, daß es sich hierbei um eine reine Scherung in z -Richtung handelt. Im Fall kartesischer Koordinaten würde gelten: $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 0 = \tau_{xy}$ ($x = r \cos \theta$; $y = r \sin \theta$; $z = z$). Um nun diese Scherspannung in diesem Zylinder zu berechnen, wird ein Zylinder wie in Abbildung 11.22 abgeschert und der versetzte Zylindermantel abgewickelt.

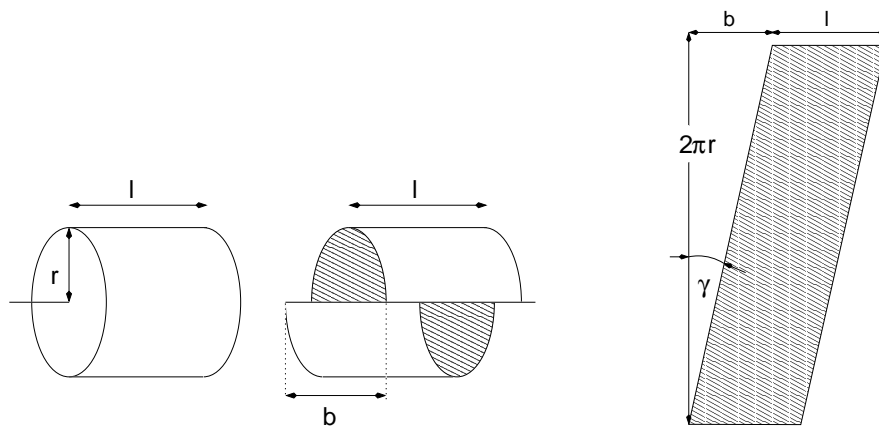


Abbildung 11.22: Zur Berechnung der Scherspannung um eine Schraubenversetzung.

Vergleicht man dies mit einem abgewickelten, nicht abgescherten Zylindermantel, so erhält man eine einfache Scherung. Die Scherung γ ist durch den Burgers Vektor und über $2\pi r$ mit dem Radius des Zylinders verbunden.

$$\gamma_{\theta z} = \frac{b}{2\pi r} \underbrace{\Rightarrow}_{\tau=G\gamma} \tau_{\theta z} = \frac{Gb}{2\pi r} \quad (11.17)$$

In Zylinderkoordinaten lautet der Spannungstensor dann:

$$\sigma^{r\theta z} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_{\theta z} \\ 0 & \tau_{\theta z} & 0 \end{vmatrix}$$

Spannungsfeld einer Stufenversetzung

Auch in diesem Fall wird ein Hohlzylinder um die Versetzung gelegt. Aus Abbildung 11.23 ist sofort ersichtlich, daß es keine Scherung in z -Richtung gibt.

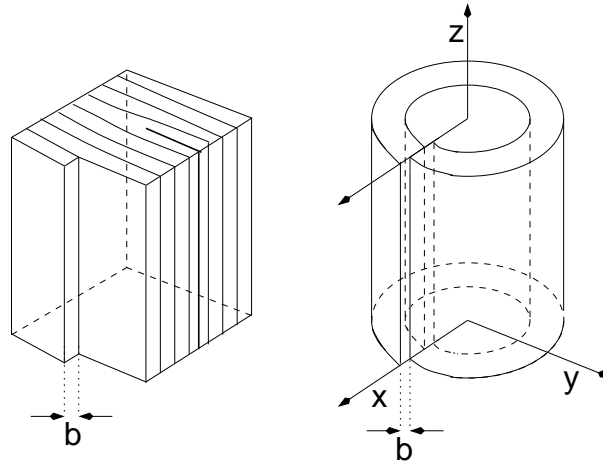


Abbildung 11.23: Stufenversetzung und ein Hohlzylinder, der im Mantel einen entsprechenden Versatz aufweist.

Da durch eine Stufenversetzung eine zusätzliche Halbebene in den Kristall eingebracht wird, muß es Zonen von Kompression und Dehnung geben. Daraus resultiert, daß es eine Normalspannung geben muß. Für den Spannungstensor gilt dann:

$$\sigma^{xyz} = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$

Es gibt eine Normalspannung in z -Richtung, da jede Kompression eines Körpers wegen der Volumenkonstanz zu einer Dehnung in die anderen Richtungen führt. Ohne Beweis gilt:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -\frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \frac{y(3x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^2} = -\frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \frac{\sin\theta(2 + \cos(2\theta))}{r} \\ \nu &= 0 \dots 0.5 \text{ ist die Querkontraktionszahl} \\ \sigma_{yy} &= -\frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \frac{y(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \frac{\sin\theta \cos(2\theta)}{r} \\ \sigma_{zz} &= \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \\ \tau_{xy} &= \frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \frac{x(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \frac{\cos\theta \cos(2\theta)}{r} \end{aligned}$$

jeweils in kartesischen und Zylinderkoordinaten. Bisher wurde die Versetzung selber außer Acht gelassen. Die Spannung am Kern einer Schraubenversetzung läßt sich folgendermaßen abschätzen:

$$\tau_{\theta z}(r_0) = \frac{Gb}{2\pi r_0} = \frac{Gb}{2\pi b} = \frac{G}{2\pi} \quad (11.18)$$

Dies ist die Grenze für die Scherfestigkeit (theoretisch) und es ist damit auch die Gültigkeitsgrenze der Kontinuumsmechanik.