

12

Plastische Verformung

Plastische Verformung von Metallen erfolgt im Wesentlichen durch das Abgleiten auf kristallographischen Ebenen in kristallographischen Richtungen. In der Regel wird die plastische Verformung im Zug- (oder Druck-) Versuch gemessen. Die Abgleitung auf einer zur Zugachse geneigten Fläche führt zu einer Verlängerung der Probe. Die Abbildung 12.1 zeigt die Verlängerung einer zylindrischen Probe, die durch eine äußere Zugspannung verursacht ist.

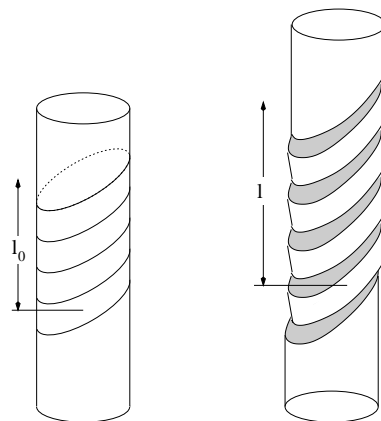


Abbildung 12.1: Eine an eine zylindrische Probe angelegte Zugspannung führt zu einer Verlängerung der Probe in Zugrichtung durch Abgleiten auf zur Zugachse geneigten Ebenen.

Durch die angelegte Zugspannung wird eine irreversible plastische Verformung der Probe (rechts) beobachtet. Die Dehnung kann makroskopisch gemessen werden. Die Scherspannung τ in dieser Gleitebene verursacht die Scherung γ . Will man den Gleitvorgang versetzungstheoretisch verstehen, so muß man die Meßgrößen auf das Gleitsystem beziehen.

12.1 Das Schmid'sche Schubspannungsgesetz

Die plastische Verformung setzt ab der Streckgrenze ein. Selbst innerhalb eines Materials kann sie verschiedene Werte zeigen, wenn die Belastung in verschiedenen Richtungen anliegt. Dies wird durch Peach-Koehler erklärt, da plastische Verformung prinzipiell nichts anderes ist, als der Beginn der massiven Versetzungsbewegung. Eine Versetzung bewegt sich infolge einer Kraft, die in der Gleitebene in Richtung des Burgers Vektors (Gleitrichtung) auf sie wirkt. Daher ist die resultierende Schubspannung im Gleitsystem relevant und nicht die anliegende Zugspannung. Die resultierende Schubspannung τ berechnet sich aus der Zugspannung σ als

$$\tau = \sigma \cos \kappa \cdot \cos \lambda = S\sigma \quad (12.1)$$

κ - Winkel zwischen Zugrichtung und Gleitebenennormale; λ - Winkel zwischen Zugrichtung und Gleitrichtung; S - Schmid-Faktor.

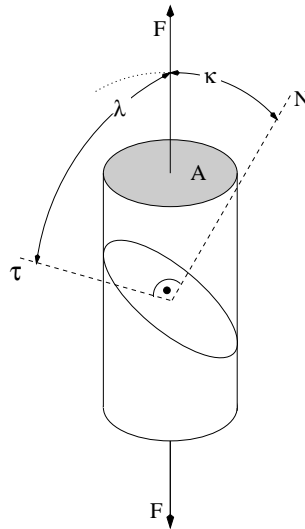


Abbildung 12.2: Zur Definition des Schmidfaktors. Winkelbeziehungen zwischen Zugrichtung, Gleitebenennormalen und Gleitrichtung bei uniaxialem Zug und Einfachgleiten.

Die Definition der Scherspannung ist:

$$\tau = \frac{\text{Scherkraft}}{\text{Fläche}} = \frac{F_{\text{GE in GR}}}{A_{\text{GE}}}$$

mit $F_{\text{GE}} = F \cos \lambda$ und $A_{\text{GE}} = A / \cos \kappa$ folgt:

$$\tau = \frac{F_{\text{GE}}}{A_{\text{GE}}} = \frac{F}{A} \cos \lambda \cdot \cos \kappa = \sigma \cos \lambda \cdot \cos \kappa \quad (12.1)$$

Abbildung 12.2 veranschaulicht diesen Sachverhalt. Die auf eine Versetzung wirkende Kraft hängt nach dem hier Gezeigten von der Lage des Gleitsystems relativ zur Richtung der anliegenden Spannung ab. Gibt es mehr als ein Gleitsystem, so haben die verschiedenen Gleitsysteme unterschiedliche Schmid-Faktoren. Bei gegebener Zugspannung erfährt das Gleitsystem mit dem höchsten Schmid-Faktor die größte Schubspannung. Eine Versetzungsbewegung wird erfolgen, wenn die Kraft auf die Versetzung und damit die resultierende Schubspannung einen kritischen Wert überschreitet. Dieser Wert ist für alle Gleitsysteme der Selbe. Abbildung 12.3 veranschaulicht diesen Sachverhalt.

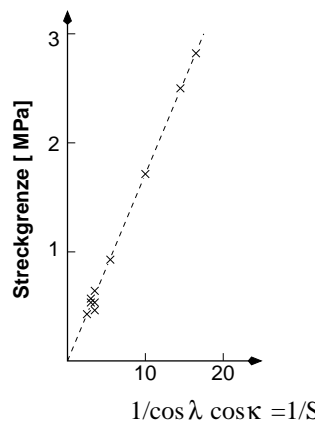


Abbildung 12.3: Zusammenhang zwischen der Streckgrenze und dem inversen Schmid-Faktor. Die resultierende Gerade kennzeichnet die für alle Gleitsysteme identische resultierende Schubspannung.

Für ein Material ist hier die Streckgrenze gegen $1/S$ aufgetragen. Experimentell wird ein linearer Zusammenhang beobachtet. Die Proportionalität wird durch $\tau_0 = \text{konst.}$ gekennzeichnet.

Einige Spezialfälle

- ($\lambda = 45^\circ; \kappa = 45^\circ$) Dies ist die maximal mögliche Schubspannung: $\tau_{\max} = \sigma \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{1}{2}\sigma$
- ($\lambda = 0^\circ; \kappa = 90^\circ$) Die Gleitrichtung liegt parallel zur angelegten Spannung und die Ebenennormale steht senkrecht zur Zugrichtung $\text{GR} \parallel \sigma, \vec{n}_{\text{GE}} \perp \sigma \rightarrow S = 0 \rightarrow \tau = 0$. Derartige Konfigurationen führen zu keinerlei Scherspannungen in der Ebene.
- ($\lambda = 90^\circ; \kappa = 0^\circ$) Der genau gegensätzliche Fall $\text{GR} \perp \sigma, \vec{n}_{\text{GE}} \parallel \sigma \rightarrow S = 0 \rightarrow \tau = 0$ hat wiederum keine Scherspannung in der Ebene.

Damit ist der Schmid-Faktor S immer in der Größenordnung

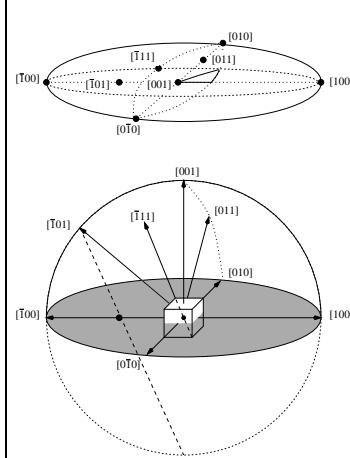
$$0 \leq S \leq 0,5 \tag{12.2}$$

Das Schmid'sche Schubspannungsgesetz führt zu den aktiven Gleitsystemen. Dasjenige Gleitsystem mit dem höchsten Schmid-Faktor wird als erstes die kritische Schubspannung erreichen und damit die plastische Verformung tragen. Betrachtet man zum Beispiel das kubische System. Bei einer Orientierung der Zugachse parallel zu irgend einer Orientierung innerhalb des Standarddreiecks der stereographischen Projektion wird nur ein einziges Gleitsystem angeregt. Auf den Symmetralen $(0\ 0\ 1)(\bar{1}\ 1\ 1)$, $(0\ 0\ 1)(0\ 1\ 1)$

und $(0\ 1\ 1)(\bar{1}\ 1\ 1)$ haben je zwei Gleitsysteme den gleichen Schmidfaktor (Doppelgleitung). Bei den Eckorientierungen erhält man so viele aktive Gleitsysteme, wie Dreiecke zusammenstoßen, also vier Gleitsysteme für $\langle 1\ 1\ 0 \rangle$, sechs für $\langle 1\ 1\ 1 \rangle$ und schließlich acht für $\langle 1\ 0\ 0 \rangle$ (Mehrfachgleitung). Diese sind (sofern sie auch in Abbildung 12.4 gezeigt sind):

- $\langle \bar{1}\ 1\ 1 \rangle$ $(1\ 1\ 1)[\bar{1}\ 0\ 1]$
 $(\bar{1}\ \bar{1}\ 1)[0\ 1\ 1]$
- $\langle 0\ 1\ 1 \rangle$ $(1\ 1\ 1)[\bar{1}\ 0\ 1]$
 $(\bar{1}\ 1\ 1)[\bar{1}\ 0\ 1]$
- $\langle 0\ 0\ 1 \rangle$ $(\bar{1}\ \bar{1}\ 1)[0\ 1\ 1]$
 $(1\ \bar{1}\ 1)[\bar{1}\ 0\ 1]$
 $(\bar{1}\ \bar{1}\ 1)[1\ 0\ 1]$
 $(1\ \bar{1}\ 1)[0\ 1\ 1]$
 $(\bar{1}\ 1\ 1)[0\ \bar{1}\ \bar{1}]$
 $(1\ 1\ 1)[0\ \bar{1}\ \bar{1}]$
 $(\bar{1}\ 1\ 1)[1\ 0\ 1]$
 $(1\ 1\ 1)[\bar{1}\ 0\ 1]$

Stereographische Projektion



Die stereographische Projektion ist eine Abbildung der Oberfläche der Einheitskugel in eine Ebene. Hierbei wird eine Hemisphäre, zum Beispiel die nördliche, auf die Äquatorialebene projiziert. Bei der Projektion werden Verbindungslinien zwischen jedem Punkt auf der nördlichen Hemisphäre und dem Südpol gedacht. Der Durchstoßpunkt am Äquator bestimmt die Projektion. Bei Kristallsystemen werden die Ebenenvektoren bis zur Oberfläche der umgebenden Einheitskugel verlängert und anschließend projiziert. Um dies besser zu veranschaulichen, ist nebenstehend die Äquatorialebene im oberen Teil des Bildes erneut wiedergegeben. Ebenfalls ist das Standard Orientierungsdreieck ($[0\ 0\ 1] - [1\ 0\ 1] - [1\ 1\ 1]$) eingezeichnet.

Die häufigste Anwendung für die stereographische Projektion sind Weltkarten.



In Abbildung 12.4 ist der Achsenpfad der Stabachse mit der Orientierung A im Verlauf der Abgleitung eingezeichnet. Am Rand des Dreiecks werden andere Gleitsysteme spannungsmäßig gleichberechtigt und aktiviert. Dennoch kommt es dort nur selten zur simultanen Betätigung mehrerer Gleitsysteme. Dasjenige Gleitsystem mit der größeren Versetzungsdichte stellt für ein weiteres Gleitsystem ein schwer zu durchschneidendes Versetzungsnetzwerk dar. Erst wenn nach Überschreiten der Symmetralen der Schmidfaktor des zweiten Gleitsystems merklich größer ist, übernimmt dieses System die Gleitung.

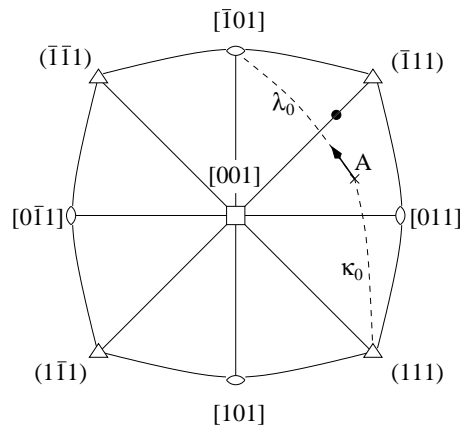


Abbildung 12.4: Stereographische Projektion des Achsenpfades bei $\{111\} \langle 110 \rangle$ -Gleitung.

Das kubisch flächenzentrierte Gitter hat zwölf kristallographisch gleichberechtigte Gleitsysteme vom Typ Gleitebene $\{111\}$ und Gleitrichtung $\langle 110 \rangle$, wenn auch diese Systeme nicht spannungsmäßig äquivalent sind. Die vier Gleitebenen werden aufgrund ihrer Funktion wie folgt bezeichnet:

- **Hauptgleitebene** $H = (111)$ bildet mit Gleitrichtung $[\bar{1}01]$ das Gleitsystem mit dem größten Schmidfaktor S , welches mit der Gleitung beginnt.
- Das **Doppelgleitsystem** $D = (\bar{1}\bar{1}1)$ mit der Richtung $[011]$ ist an der Symmetralen spannungsmäßig gleichberechtigt und wechselt sich nun mit H ab. Die Stabachse pendelt nun um die Symmetrale herum und konvergiert zum Punkt $[\bar{1}12]$.
- **Quergleitebene** $Q = 1\bar{1}1)$ enthält ebenfalls die Richtung $[\bar{1}01]$ wie im System mit der Hauptgleitebene. Damit können Schraubenversetzungen des Hauptgleitsystems von H in Q quergleiten.
- Die **unerwartete Gleitebene** $U = \bar{1}11)$ mit der Gleitrichtung $[101]$ wird manchmal bei Ausgangsorientierungen nahe der Symmetralen $[001][011]$ im Zugversuch aktiviert.

12.1.1 Die richtige Wahl des Gleitsystems

Um das aktive Gleitsystem zu bestimmen, muß der Schmidfaktor betrachtet werden. Zum Beispiel sei die Kristallorientierung $[\bar{1}23]$, dann gilt für zwei gewählte Gleitsysteme:

1. $(\bar{1}11)$ und $[101]$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \bar{1} \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} &= \frac{-1+3}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}\sqrt{1^2+0^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{7}} \\ &= 0.37 \\ &= \cos \lambda \rightarrow \lambda \approx 68^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \bar{1} \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{1} \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} &= \sqrt{\frac{6}{7}} \\ &= 0.92 \\ &= \cos \kappa \rightarrow \kappa \approx 22^\circ \end{aligned}$$

$$\Rightarrow S \approx 0.349$$

2. (111) und $[\bar{1}01]$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \bar{1} \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{1} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} &= = \frac{2}{\sqrt{7}} \\ &= 0.75 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \bar{1} \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} &= \frac{4}{\sqrt{14}\sqrt{3}} \\ &= 0.617 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow S \simeq 0.467$$

Da der Schmidfaktor des zweiten Systems einen höheren Wert aufweist, ist dieses auch das dominante Gleitsystem.

ZUM NACHDENKEN:

- Was kennzeichnet ein Gleitsystem?
- Wie lautet das Schmid'sche Schubspannungsgesetz?
- Welches Gleitsystem ist das aktive?

12.2 Kristallreorientierung

Die kristallographische Gleitung ist eine Scherverformung. Bei einem reinen Scherversuch parallel zum Gleitsystem ändert sich die Orientierung nicht. Bei einem einachsigen Zugversuch hingegen muß zusätzlich zur Scherung eine Rotation erfolgen, damit die Probe in Zugrichtung ausgerichtet bleibt. Mit der Verformung ist daher eine **Orientierungsänderung** des Kristalls bezüglich der Zugrichtung verbunden. Der Kristall rotiert derart, daß die Gleitrichtung sich der Zugrichtung nähert. Zur Darstellung in der stereographischen Projektion ist es einfacher, die Rotation der Zugachse relativ zum Kristallgitter zu beschreiben. Danach bewegt sich die Zugachse auf einem Großkreis von ihrer Ausgangsorientierung in die Gleitrichtung.

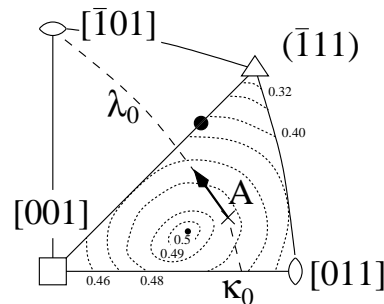


Abbildung 12.5: labelstereoisoStereographische Projektion: Reorientierung der Zugachse unter Zug.

- Bei den Eck-Orientierungen stimmen die resultierende Gleitrichtung mit der Ausgangsorientierung überein. Bei Zugverformung sollte es zu keiner Orientierungsänderung kommen.
- Innerhalb des stereographischen Standarddreiecks hat ein einziges Gleitsystem den höchsten Schmidfaktor. Es herrsche Einfachgleiten vor. Diese Orientierungen sind aber nicht stabil, sie ändern sich im Verlauf der Verformung. Zug-Proben rotieren in Richtung der primären Gleitrichtung, während Druckproben die Orientierung in Richtung der primären Gleitebene ändern.
- Auf der Symmetralen ändert sich die Orientierung zu der Ecke mit absteigenden Schmidfaktor hin.

Erreicht bei der Verformung durch die Orientierungsänderung die Zugachse den Rand des Standarddreiecks, so tritt ein zweites (sekundäres) Gleitsystem auf, wodurch sich die resultierende Gleitrichtung von $[\bar{1} 0 1]$ auf $[\bar{1} 1 2]$ ändert, da $[\bar{1} 0 1] + [0 1 1] = [\bar{1} 1 2]$. Entsprechend wandert die Orientierung der

Stabachse auf $[\bar{1} 1 2]$ zu, die theoretisch bei unendlich großer Spannung erreicht wird (Ebene $\{1 1 1\}$, Richtung $\langle 1 1 0 \rangle$).

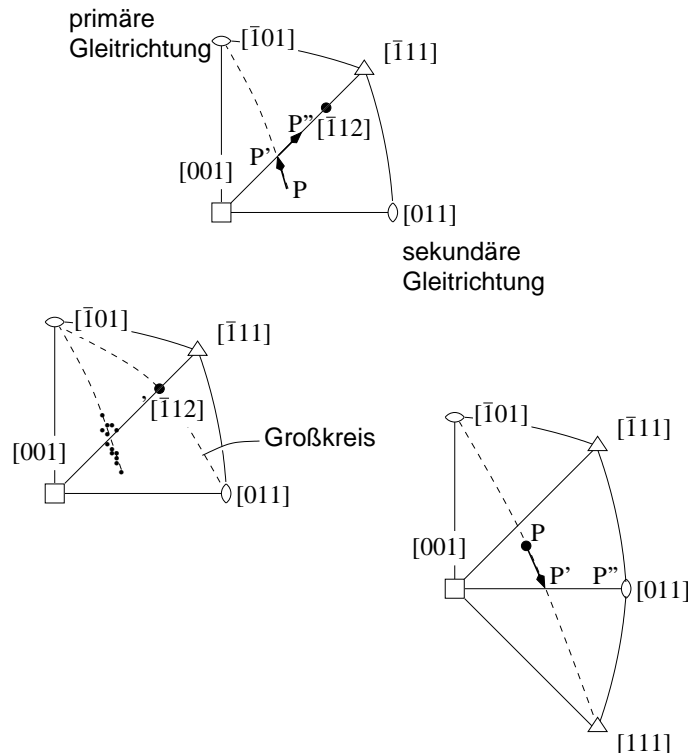


Abbildung 12.6: Orientierungsänderung durch Zugversuch bei Einfachgleitung (beide oberen Bilder, wobei das linke ein Experiment mit Überschwngen darstellt), sowie durch Druckversuch (unteres Bild).

ZUM NACHDENKEN:

- Welche Orientierung hat den höheren Schmidfaktor $[0 0 1]$, oder $[0 1 1]$?
- Unter welchen Voraussetzungen kommt es zu Mehrfachgleitung
- Gibt es Orientierungen, die unter Zug nicht geändert werden?

In Abbildung 12.6 ist die Orientierungsänderung im Zug- und Druckversuch dargestellt. Während sich unter Zugbelastung die Orientierung auf dem Großkreis von der Ausgangsorientierung in die Gleitrichtung bewegt $[0 1 1] \rightarrow [\bar{1} 0 1]$ folgt die Druckachse dem Großkreis zwischen Ausgangsorientierung und Gleitebenennormale und bewegt sich schließlich auf $[0 1 2]$ zu.

12.3 Scherspannung- Scherdehnungskurven

In Abbildung 12.7 sind τ - γ -Kurven für verschiedene Orientierungen von Kupfer-Einkristallen gezeigt. Diese Kurven unterscheiden sich wohl in ihren Orientierungen (sonst würde dies wohl nicht betont werden :-)) aber nicht in ihrem Charakter.

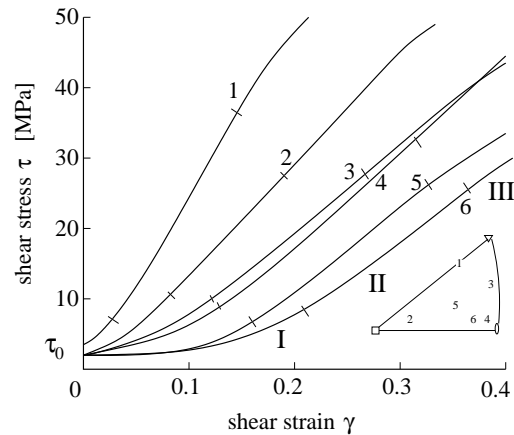


Abbildung 12.7: Verfestigungskurven von Kupfer-Einkristallen verschiedener Orientierungen bei $T = 297$ K (Quelle: J. Diehl, Stuttgart).

Während die Orientierung 1 schon durch Zweifachgleiten gekennzeichnet ist, haben die Orientierungen 2 bis 6 nur ein aktives Gleitsystem. Demzufolge kommt es hier nur zu vernachlässigbarer Kaltverfestigung. Orientierung 1 hingegen zeigt sowohl Kaltverfestigung, als auch einen höheren τ_0 -Wert, da Gruppen von nicht parallelen Versetzungen durch den Kristall wandern, wodurch Stufen und Knicke erzeugt werden, die das Material verfestigen.

Die Kurvenform dieser τ - γ -Kurven ist sehr ähnlich, aber nicht identisch. Dies liegt an den unterschiedlichen Kaltverfestigungen durch Mehrfachgleiten, die erst nach unterschiedlicher plastischer Verformung auftritt (Region II). Im Einzelnen:

- Region I: Leichtes Gleiten, Einfachgleiten, geringe Kaltverfestigung, große Versetzungsgeschwindigkeit.
- Region II: Starke Kaltverfestigung, Doppelgleiten, geringe Versetzungsgeschwindigkeit durch Versetzungsverankerung. Streckgrenze steigt an, Bildung neuer Versetzungen und Erhöhung ihrer Dichte
- Region III: Dynamische Erholung, Ausheilung von Versetzungen (durch Quergleiten von Schraubenversetzungen), Zunahme der Versetzungsdichte. In dieser Region wird das Material plastisch verformt.

Die Ableitung läßt sich aus der mittleren Abgleitlänge L , der Anzahl der Versetzungen und der abgleitenden Fläche $l_1 l_2$ berechnen:

$$\gamma = N \frac{bL}{l_1 l_2}$$

Hierin ist $\rho = \frac{N}{l_1 l_2}$ die Versetzungsdichte. Damit gilt für die Abgleitung $\gamma = \rho b L$ und für die Abgleitgeschwindigkeit $\dot{\gamma} = \rho b v$. Mit $v = B \tau_{eff}^m$ und der Taylor Rückspannung $\tau_\rho = \alpha G b \sqrt{\rho}$ folgt:

$$\dot{\gamma} = \rho B b \underbrace{(\tau - \alpha G b \sqrt{\rho})}_{{\tau_{eff}}}^m$$

Im Bereich I ist die Versetzungsdichte niedrig und damit sind sowohl τ_{eff} als auch die Versetzungsgeschwindigkeit hoch. Im Bereich II nimmt die Versetzungsdichte zu. Damit nimmt die effektiv wirkende Spannung ab, da die innere Spannung (Taylor) von der Versetzungsdichte abhängt. Um diese wird die äußere Spannung vermindert. Die effektive Spannung ist damit die Spannung, die zur Verfügung steht, um die Versetzungen zu bewegen. Auf den Kurvenverlauf bezogen heißt dies, daß die Balance zwischen innerer und äußerer Spannung die Scherdehnung maßgeblich bestimmt und zur Bildung der drei Bereiche beiträgt. Der dritte Bereich stellt eine Verringerung der Verfestigung dar und ist ein Erholungsprozeß. Da er durch die Verformung hervorgerufen wird wird er auch als dynamische Erholung bezeichnet. Rekristallisation und Erholung sind Inhalt des folgenden Kapitels und werden daher an dieser Stelle nicht im Detail behandelt.

Zu beachten ist außerdem, daß diese τ - γ -Kurven stark temperaturabhängig sind.

